Problem 1. Determine all functions $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ which satisfy

$$f\left(\frac{y}{f(x)}\right) + x = f(xy) + f(f(x)),$$

for any positive real numbers x and y.

Problem 2. Let $ABCD$ be a parallelogram and P a point in the plane. The line BP intersects the circumcircle of ABC again at X and, similarly, the line DP intersects the circumcircle of DAC again at Y. Let M be the midpoint of AC. The point N lies on the circumcircle of PXY so that MN is a tangent to this circle. Prove that MN and AM have the same length.

Problem 3. There are m identical rectangular chocolate bars and n people. Each chocolate bar may be cut into two (possibly unequal) pieces at most once. For which m and n is it possible to split the chocolate evenly among all the people?

Time limit: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points

Problema 1. Determinaţi toate funţiile $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ care satisfac

$$f\left(\frac{y}{f(x)}\right) + x = f(xy) + f(f(x)),$$

pentru orice numere reale pozitive x şi y.

Problema 2. Fie $ABCD$ un paralelogram şi P un punct în plan. Dreapta BP intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului ABC în X şi dreapta DP intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului DAC în Y. Fie M mijlocul lui AC. Punctul N se află pe cercul circumscris triunghiului PXY, astfel încât MN este o tangentă la acest cerc. Să se demonstreze că MN şi AM au aceeaşi lungime.

Problema 3. Un grup de n oameni au m batoane dreptunghiulare identice de ciocolată. Fiecare baton de ciocolată poate fi tăiat în două bucăţi (posibil inegale) cel mult o dată. Pentru ce m şi n poate fi împărţită ciocolata în mod egal între toţi oamenii?

Timp limită: 4 ore şi 30 de minute
Fiecare problemă valorează 7 puncte